

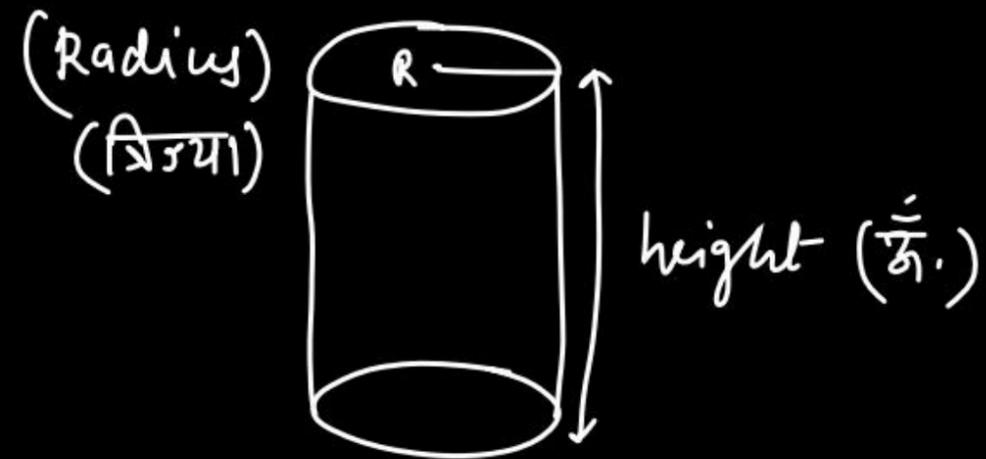
Mensuration

Cylinder (बेलन)

* बेलन का आयतन = $(\pi R^2 h)$ cubic unit
(Volume of cylinder) (घन इकाई)

* वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = $(2\pi R h)$ वर्ग इकाई
(Curved (lateral) surface area) (sq. unit)

* संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi R (h + r)$ वर्ग इकाई
[Total surface Area] (sq. unit)



Q4. ①

एक बेलन के आधार की त्रिज्या 5 cm. और ऊँचाई 7 cm. है। बेलन का आयतन = ?

find the volume of cylinder whose radius is 5 cm. and height is 7 cm.

$$V = \pi R^2 h$$

$$V = \pi \times 5^2 \times 7$$

$$V = \pi \times 25 \times 7$$

$$V = 175\pi \text{ cm}^3$$

Ans

$$V = \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 7$$

$$V = 22 \times 25$$

$$V = 550 \text{ cm}^3$$

Ans //

Volume
↓
cubic unit

Area
↓
square unit

L, B, h
↓
unit

आयतन
↓
घन इकाई

क्षेत्रफल
↓
वर्ग इकाई

अ. → इकाई

Qⁿ (2)

एक बेलन के आधार का व्यास 14 m. है और ऊँचाई 24 m. है।
उसका वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल = ? {जहाँ $\pi = \frac{22}{7}$ }

find the curved surface area of a cylinder, whose diameter of base is 14 m. and height is 24 m. ?

Given,

$$D = 14 \text{ m.}$$

$$\therefore D = 2R$$

$$\frac{14}{2} = R$$

$$\boxed{R = 7}$$

$$\text{Lateral Surface Area} = 2\pi R h$$

(वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल)

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 24$$

$$= 2 \times 22 \times 24$$

$$\underline{\text{Ans}} = 1056 \text{ m}^2$$

Imp.

Qⁿ (3) एक लंब वृत्तीय बेलन के द्रु पृष्ठीय क्षेत्र और संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्र का अनुपात 3:7 है बेलन की ऊँ. और त्रिज्या का अनुपात = ?

In a right circular cylinder, the ratio of curved surface area to the total surface area is 3:7. Find the ratio of height to radius of the cylinder?

Lateral surface Area
Total surface Area

$$= \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{\cancel{2\pi R}h}{\cancel{2\pi R}(h+R)}$$

$h : R$
 $\frac{h}{R}$

$\frac{3}{7} = \frac{h}{h+R}$

$$\begin{aligned} 3(h+R) &= 7 \times h \\ 3h + 3R &= 7h \\ 3R &= 7h - 3h \\ \boxed{3R} &= \boxed{4h} \end{aligned}$$

$3R = 4h$
 $\frac{3}{4} = \frac{h}{R}$
 $h : R$
 $3 : 4$
Ans

Imp.

Qⁿ ④

उस ठोस सिलिंडर का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा, जिसकी त्रिज्या 154 m² क्षेत्रफल वाले वृत्त की त्रिज्या की आधी है। और ऊँचाई इसकी त्रिज्या के बराबर है ?

What will be total surface area of that solid cylinder? whose radius is half of the radius of the circle having an area of 154 m². And the height is equal to its radius?

Given,
Area of circle = 154 m²
Radius of cylinder = Half of circle Radius.
Height of cylinder = Radius of circle

∴ Area of circle = πR^2
 $154 = \pi R^2$
 $154 = \frac{22}{7} \times R^2$
 $154 \times \frac{7}{22} = R^2$
 $49 = R^2$

∴ $R^2 = 49$
 $R = \sqrt{49}$
 $R = 7$

$$\therefore \text{Cylinder Radius} = \frac{7}{2}$$

$$\& \text{ cylinder height} = 7$$

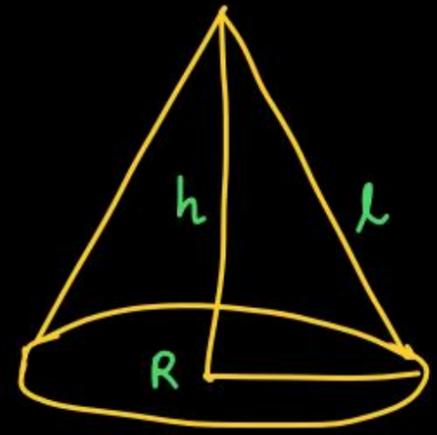
$$\text{Total surface Area of cylinder} = 2\pi R (h+R)$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \left(\frac{7}{1} + \frac{7}{2} \right)$$

$$\Rightarrow 22 \times \left(\frac{14+7}{2} \right) \Rightarrow \overset{11}{22} \times \frac{21}{2} \Rightarrow 21 \times 11 \Rightarrow \boxed{231 \text{ m}^2} \text{ Ans}$$

CONE { शंकु }

Radius * त्रिज्या $\rightarrow R$ cm
height * ऊँचाई $\rightarrow h$ cm
Slant height * तिर्यक ऊँ. $\rightarrow l$ cm.



* शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \times \pi R^2 h$
(Volume of cone)

* वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = $\pi R l$
(Lateral surface Area)

* संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = $\pi R (l + R)$
(Total Surface Area)

Qⁿ ①. आधार त्रिज्या 70 cm. और लंबवत ऊँचाई 240 cm. वाले लंबवृत्तीय शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल (cm²) में ज्ञात करो [यहाँ $\pi = 22/7$]

find the total surface area of a right circular cone whose radius of base is 70 cm. and perpendicular height is 240 cm.

$$(H)^2 = (p)^2 + (B)^2$$

$$(l)^2 = (240)^2 + (70)^2$$

$$l = \sqrt{62500}$$

$$l = \sqrt{625 \times 100}$$

$$\boxed{l} = 25 \times 10 \Rightarrow \boxed{250}$$

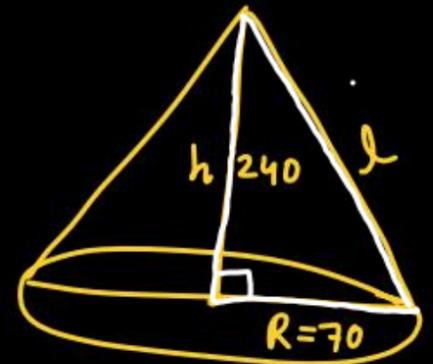
$$\text{Total surface Area} = \pi R (l + R)$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 70^{10} (250 + 70)$$

$$\Rightarrow 22 \times 10 (250 + 70)$$

$$220 \times 320$$

$$\boxed{70,400}$$





Qⁿ (2) एक शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = ? यदि इसकी त्रिज्या और तिर्यक ऊँ. क्रमशः $2R$ और $\frac{1}{2}$ हैं।

find the total surface area of a cone, if its radius and slant height are $2R$ and $\frac{1}{2}$ respectively?

Total Surface Area of CONE = $\pi R(l+R)$

where, Radius = $2R$
त्रिज्या = $2R$

Slant height (तिर्यक ऊँ.) = $\left(\frac{1}{2}\right)$

$\pi 2R \left(\frac{1+4R}{2} \right)$

$\pi \cancel{2R} \times \frac{1+4R}{\cancel{2}}$

$\pi R (1+4R)$

Ans

Imp

Q^m (3) दो शंकु ऐसे हैं, जिनके आयतन का अनुपात 1:10 है। और उनकी ऊँचाई का अनुपात 2:5 है। तो उनके आधार के त्रिज्याओं का अनुपात = ?

There are two cones that have a ratio of Volume 1:10 and a ratio of height 2:5. Find the ratio of their base radius?

Two Cone
दो शंकु

पहला शंकु
↓
आयतन ⇒ V₁
(Volume)

दूसरा शंकु
↓
V₂

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} \pi R_1^2 h_1}{\frac{1}{3} \pi R_2^2 h_2} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{R_1^2 h_1}{R_2^2 h_2} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{R_1^2 \times 2}{R_2^2 \times 5} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{R_1^2 \times 2}{R_2^2 \times \cancel{5} |} = \frac{1}{\cancel{10} 2} |$$

$$\frac{R_1^2}{R_2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt[2]{\frac{1}{4}}$$

$$\boxed{\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2}}$$

$$\boxed{R_1 : R_2} \\ \boxed{1 : 2}$$

Ans

Qm 4 एक लम्बवृत्तीय शंकु के आधार का व्यास 20 cm. है और इसकी तिर्यक ऊँ. 10.5 cm. है। लम्बवृत्तीय शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = ? {जहाँ $\pi = \frac{22}{7}$ }

The diameter of base of a right circular cone is 20 cm. and its slant height is 10.5 cm. What is the curved surface area of right circular cone? {where $\pi = \frac{22}{7}$ }

Given:

$$\rightarrow \text{Cone } D = 20 \text{ cm.}$$

$$R = 10 \text{ cm.}$$

$$l = 10.5 \text{ cm.}$$

$$\begin{aligned} \text{Curved Surface Area} &= \pi R l \\ &= \frac{22}{7} \times 10 \times 10.5 \\ &= \frac{22}{7} \times \cancel{10} \times \frac{15 \times \cancel{10}}{\cancel{10}} \end{aligned}$$

$$22 \times 15 \Rightarrow \boxed{330}$$

Ans //

$$\begin{aligned} \because D &= 2R \\ \therefore \frac{D}{2} &= R \end{aligned}$$

गोला (Sphere)

* गोले का आयतन = $\frac{4}{3} \pi R^3$ cubic unit
(घन इकाई)
(Volume of sphere)

* गोले का वक्रपृष्ठ क्षेत्र = $4\pi R^2$ square unit
(वर्ग इकाई)
(Lateral Surface Area of sphere)

* Note: ∵ sphere is a complete curved shape
* Imp: ∵ Curved surface Area = Total surface Area

∵ गोला एक पूरा वक्र आकार का होता है।
∵ गोले का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल = संपूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल
∴ $4\pi R^2 = 4\pi R^2$

अर्धगोला { Hemi-sphere }

* अर्धगोले का आयतन = $\frac{2}{3} \pi R^3$
(Volume of Hemi sphere)

* वक्रपृष्ठ का क्षेत्र = $2\pi R^2$
{ Lateral surface area of Hemi-sphere }

* संपूर्ण पृष्ठ का क्षेत्र = $3\pi R^2$
{ Total Surface Area of Hemi-sphere }

Qⁿ ① किसी गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 38.5 cm^2 है तो गोले की त्रिज्या = ? $\left\{ \text{use } \pi = \frac{22}{7} \right\}$
The surface area of a sphere is 38.5 cm^2 . find the radius \Rightarrow ?

$$4\pi R^2 = 38.5$$

$$4 \times \frac{22}{7} \times R^2 = \frac{385}{10}$$

$$R^2 = \frac{\cancel{385}^7}{\cancel{10}^2} \times \frac{7}{\cancel{22}^2} \times \frac{1}{4}$$

$$R^2 = \frac{7 \times 7}{2 \times 2 \times 4}$$

$$R^2 = \frac{49}{16}$$

$$R = \sqrt{\frac{49}{16}}$$

$$R = \frac{7}{4}$$

Ans //

$$\text{OR } 1.75$$

Ans //

Qⁿ 2 किसी ठोस अर्धगोले का पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 1848 cm^2 है। अर्धगोले के समतल पृष्ठ के व्यास की लं. = ? $\left\{ \pi = \frac{22}{7} \text{ का प्रयोग करें।} \right\}$

The total surface area of a solid hemisphere is 1848 cm^2 . What is the length of the diameter of the flat surface of the hemisphere. $\left\{ \text{use } \pi = \frac{22}{7} \right\}$

D=?

$$3\pi R^2 = 1848$$

$$3 \times \frac{22}{7} \times R^2 = 1848$$

$$R^2 = \frac{1848}{3} \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{3}$$

56 28

$$R^2 = 28 \times 7 \Rightarrow 196$$

$$R = \sqrt{196} \Rightarrow \boxed{14}$$

$$\therefore \boxed{D = 2R}$$

$$D = 2 \times 14$$

$$\boxed{D = 28}$$

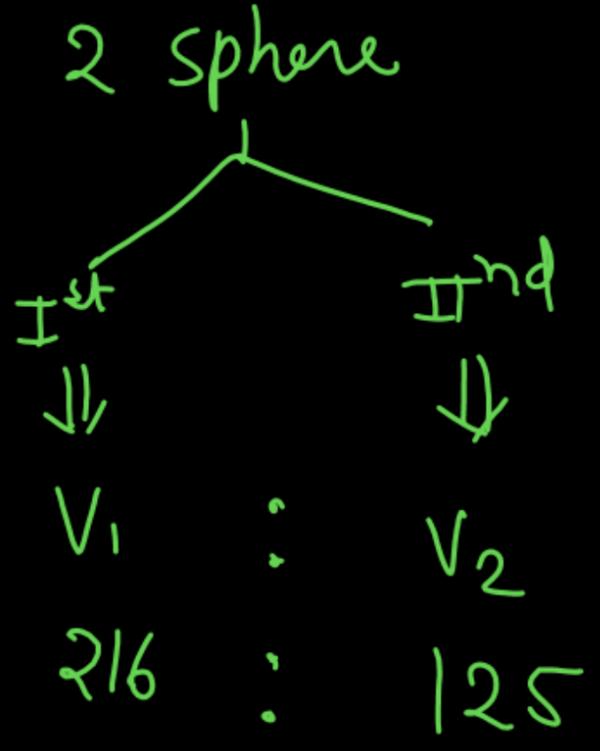
Ans

Imp.

Qn ③ दो गोलों के आयतनों का अनुपात $216 : 125$ है। उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = ?

The volume of two spheres are in the ratio $216 : 125$. find the ratio of their surface area?

Given



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi R_1^3}{\frac{4}{3}\pi R_2^3}$$

$$\frac{216}{125} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

$$\frac{216}{125} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3$$

$$\sqrt[3]{\frac{216}{125}} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{6}{5} = \frac{R_1}{R_2}$$

Ratio of Surface Area $\Rightarrow \frac{4\pi R_1^2}{4\pi R_2^2} \Rightarrow \frac{(6)^2}{(5)^2} \Rightarrow \frac{36}{25}$

Ans//
 $36 : 25$

Qn 4 एक अर्धगोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्र $108\pi \text{ cm}^2$ है।
तो उस अर्धगोले का आयतन = ?

The total surface area of a hemisphere is $108\pi \text{ cm}^2$. Find the volume of that hemisphere?

$$3\pi R^2 = 108\pi$$

$$R^2 = 36$$

$$R = \sqrt{36}$$

$$\boxed{R = 6}$$

$$V = \frac{2}{3}\pi R^3$$

$$V = \frac{2}{3}\pi \times 6 \times 6 \times 6$$

$$\boxed{V = 144\pi} \text{ cm}^3 \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

Qn ⑤ $\frac{1}{2}$ cm. व्यास वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = ?

find the surface area of sphere whose diameter is $\frac{1}{2}$ cm. ?

Given, व्यास (D) = $\frac{1}{2}$ cm.

$$\therefore D = 2R$$
$$\frac{1}{2} = 2R$$

$$\boxed{\frac{1}{4} = R}$$

$$\text{Total Surface Area} = 4\pi R^2 = ?$$

$$= 4\pi \times \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$= 4\pi \times \frac{1}{4 \times 4} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{\pi}{4} \text{ cm}^2}$$

Ans

$$\boxed{\frac{\pi}{4} \text{ OR } \frac{1}{4}\pi}$$

Imp

Qn 6 यदि एक गोल के आयतन को उसके पृष्ठीय क्षेत्रफल से विभाजित किया जाता है तो परिणाम 9 cm. प्राप्त होता है। तो गोल की त्रिज्या (cm. में) = ?

If the volume of a sphere is divided by its surface area, the result is 9 cm. find the radius of the sphere (in cm.) ?

$$\frac{\text{गोल (sphere) } V}{\text{गोल पृष्ठीय क्ष. (Surface Area)}} = 9$$

$$\frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{4 \pi R^2} = 9$$

$$\frac{4 \times R}{3 \times 4} = 9$$

$R = 27$ Ans