

Mensuration

क्षेत्रमिति



Mensuration क्षेत्रमिति

→ त्रिभुज → Triangle

→ पतुर्भुज → Parallelogram

→ वृत्त → Circle

→ वर्ग → Square

→ आयत → Rectangle

Cube ← घन ←

Cuboid ← घनाशु ←

Cylinder ← बेलन ←

Cone ← शंकु ←

Sphere ← गोल ←

(त्रिभुज)

Triangle Δ

Based on Angle

Acute Angle Δ

द्यूनकोण Δ

$< 90^\circ$

Right Angle Δ

समकोण Δ

90°

Obtuse Angle Δ

अधिककोण Δ

$> 90^\circ$

Types

Perimeter

परिमाप

Equilateral Δ

Isosceles Δ

Scalene Δ

समबाहु Δ

All 3 angle $\Rightarrow 60^\circ$
All sides equal

समद्विबाहु Δ

2 sides equal
2 Angle equal

विषमबाहु Δ

All sides diff.
All angles diff.

त्रिभुज पर आधारित

Based on Triangle

Type-1

Qⁿ ① :- एक समबाहु Δ की ऊँचाई 12 cm. है। त्रिभुज का परिमाण = ?

The altitude of an equilateral Δ is 12 cm. what is the perimeter of the Δ ?

* समबाहु Δ का परिमाण = $3 \times$ भुजा

Perimeter of eq^l Δ = $3 \times$ side

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{भुजा} = \Delta \text{ की height}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{भुजा} = 12$$

$$\text{भुजा} = 12 \times \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{भुजा} = \frac{12 \times 2 \times \sqrt{3}}{3}$$

$$\text{side (भुजा)} = 8\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\text{perimeter} &= 3 \times \text{side} \\ \text{(परिमाप)} &= 3 \times 8\sqrt{3}\end{aligned}$$

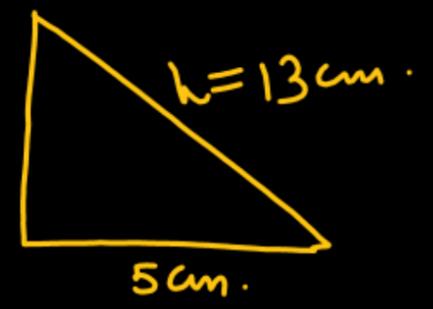
Ans

$$\text{Perimeter} = 24\sqrt{3}$$

TYPE-2

Qn 1:- ② किसी समकोण Δ के कर्ण की लं. 13 cm है। और अन्य दो भुजाओं में से एक भुजा की लं. 5 cm है। Δ का क्षेत्रफल (cm^2) कितना होगा ?

The length of the hypotenuse of a right angled triangle is 13 cm and the length of one of the other two sides is 5 cm. What is the area (in cm^2) of the Δ ?



Note:-

समकोण Δ का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{लंब} \times \text{आधार}$

Area of Right angle $\Delta = \frac{1}{2} \times b \times h$

पाश्चात्तोरस प्रमेय से \Rightarrow (कर्ण) $^2 =$ (लं.) $^2 +$ (आधार) 2
 $(H)^2 = (L)^2 + (B)^2$
 $\Rightarrow (13)^2 = (L)^2 + (5)^2$

$$(13)^2 - (5)^2 = (L)^2$$

$$169 - 25 = (L)^2$$

$$\sqrt{169 - 25} = (L)$$

$$\sqrt{144} = L$$

$$12 = L$$

$$\begin{aligned} \text{Area} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \times 12^6 \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Area} = 30 \text{ cm}^2}$$

Ans //

TYPE-3

Qⁿ: - ③ किसी Δ की तीन भुजाओं की लं. क्रमशः 12 cm, 15 cm और 21 cm है। Δ का क्षेत्रफल = ?

The length of the 3 sides of the Δ are 12 cm, 15 cm और 21 cm respectively. Find the area of $\Delta \Rightarrow ?$

$$\text{Area of } \Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

where

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} a=12 \\ b=15 \\ c=21 \end{array} \right\} \text{given}$$

$$s = \frac{12+15+21}{2} \Rightarrow \boxed{24}$$

$$\text{Area} = \sqrt{24(24-12)(24-15)(24-21)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{24(12) \times (9) \times (3)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{24 \times 12 \times 9 \times 3}$$

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

2	12
2	6
3	3
	1

$$24 \Rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \sqrt{2 \times 3}$$

$$36\sqrt{6} \text{ cm}^2$$

Ans

TYPE-4

Q.4 यदि एक समबाहु Δ का क्षेत्रफल $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$ है, तो Δ की प्रत्येक भुजा की लं० = ?

If the area of an equilateral Δ is $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$, then the length of each side of the Δ is ?

$$\begin{array}{l} \text{समबाहु } \Delta \\ \text{eq}^{\text{val}} \Delta \end{array} \rightarrow \text{Area} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$25\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$
$$\overset{\curvearrowright}{25\sqrt{3} \times \frac{4}{\sqrt{3}}} \Rightarrow a^2$$

$$100 = a^2$$
$$\sqrt{100} = a$$

$$\boxed{10 = a} \text{ Ans.}$$

em.

TYPE-5

Qⁿ-5 एक Δ का क्षेत्र 456 cm^2 है। इसकी ऊँ. 24 cm है। तो इसके आधार की लं. = ?

The area of a Δ is 456 cm^2 , its height is 24 cm, then the length of its base is ?

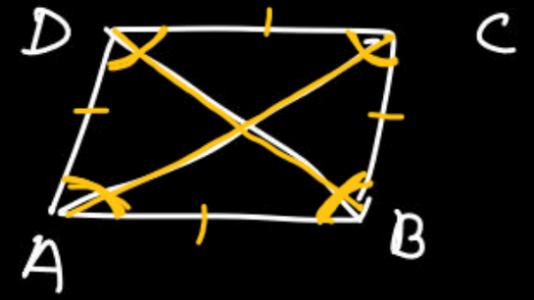
$$\Delta \text{ का क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

Area of $\Delta = \frac{1}{2} \times (\text{base} \times \text{height})$

$$456 = \frac{1}{2} \times b \times 24$$

$$b = 38 \text{ cm.}$$

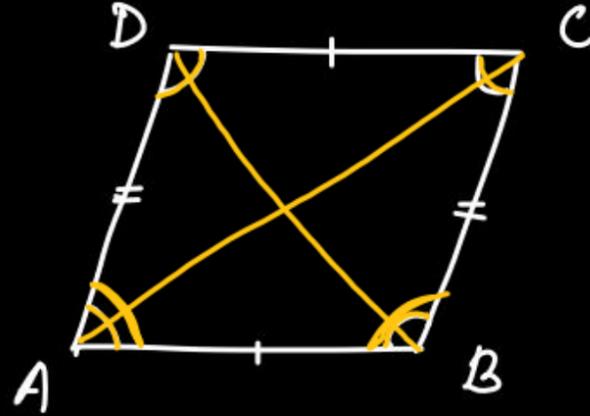
Quadrilateral :- चतुर्भुज



- * 4 side \rightarrow 4 भुजाएँ \rightarrow AB, BC, CD, DA
- * 4 Angle \rightarrow 4 कोण \rightarrow $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$
- * Sum of all Angles = 360°
- * 2 Diagonal \rightarrow (AC, BD) [विकर्ण]
- * Adj. Angle \rightarrow { आसन्न कोण } \rightarrow ($\angle A$, $\angle B$), ($\angle C$, $\angle D$), ($\angle B$, $\angle C$), ($\angle D$, $\angle A$)
- * Opposite Angle \rightarrow विपरीत कोण
- * Opposite Sides \rightarrow विपरीत भुजाएँ

Parallelogram :- समंतर चतुर्भुज

- * Opposite sides are equal.
- * Opposite angles are equal.
- * Diagonals bisect each other.
- * Sum of adj. angle = 180°
- * Sum of all angles of \square = 360°



$$AB = DC$$

$$BC = AD$$

$$\angle A = \angle C$$

$$\angle B = \angle D$$

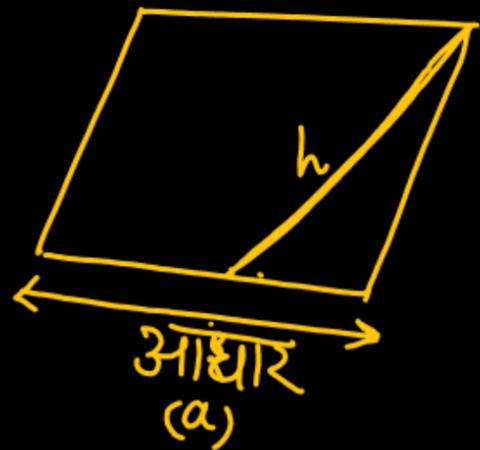
$$\angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$\angle C + \angle D = 180^\circ$$

Qⁿ - ① एक समांतर \square का आधार इसकी ऊँ. से दो गुना है। यदि \square का क्षेत्रफल 392 m^2 है। तो इसकी ऊँ. = ?

If the base of parallelogram is 2 times of its height & its area is 392 m^2 then find its height ?

$$\text{Base} = \text{height} \times 2$$



$$b \times h = \square \text{ का Area}$$

$$2h \times h = 392$$

$$2h^2 = 392$$

$$h^2 = \frac{392}{2} \Rightarrow 196$$

$$h = \sqrt{196}$$

$$h = 14 \text{ m.}$$

Rhombus \rightarrow समचतुर्भुज

समांतर चतुर्भुज

* A parallelogram having all sides equal is called \rightarrow Rhombus

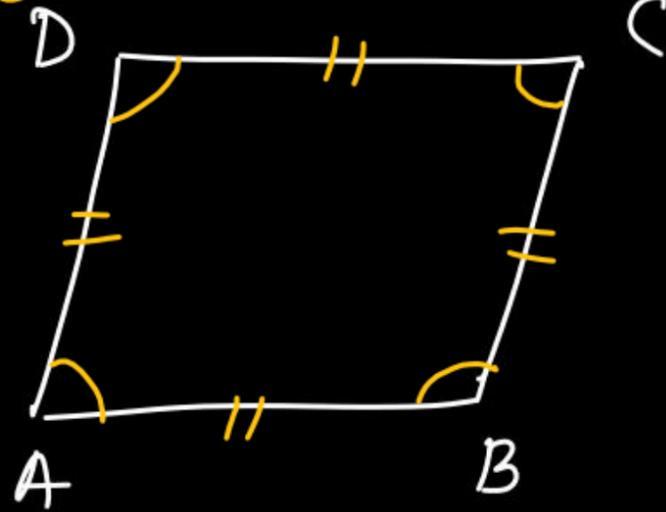
जिसकी सभी भुजाएँ बराबर हों

* $AB \parallel DC$

* $AD \parallel BC$

* $AB = BC = CD = DA$

* Opp. angle sum $\rightarrow 180^\circ$



$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

(Rhombus)

Qⁿ:- ① एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल 440 cm^2 है। यदि इसके एक विकर्ण की लं० 20 cm है तो इसके दूसरे विकर्ण की लं० = ?

The area of Rhombus is 440 cm^2 . If the length of one of its diagonals is 20 cm . Then what is the length of its other diagonal?

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

$$440 = \frac{1}{2} \times 20 \times d_2$$

$$\boxed{44 = d_2}$$

विकर्ण (diagonal)



Qⁿ - (2) यदि किसी समचतुर्भुज के विकर्ण 5:4 के अनुपात में हैं तो समचतुर्भुज के क्षेत्रफल और उसके विकर्णों के गुणनफल का अनुपात = ?

If the diagonals of Rhombus are in the form of ratio i.e. $5:4$.
Then find the ratio of area of Rhombus & product of diagonals.

$$\text{Area of Rhombus} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \times 5x \times 4x$$

$$\text{Area} = 10x^2$$

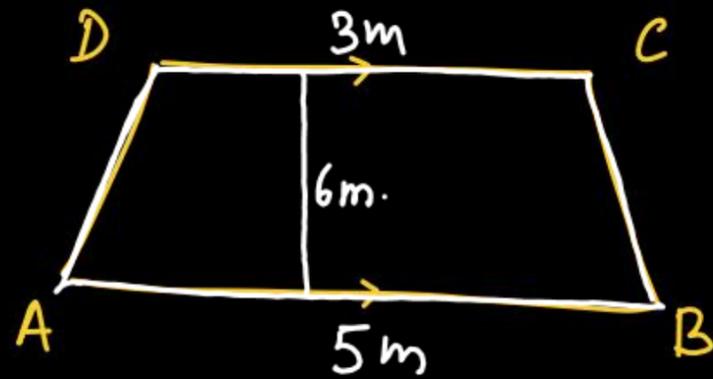
$$d_1 \times d_2 = 5x \times 4x \Rightarrow 20x^2$$

$$\text{Ratio} = \frac{\text{Area}}{d_1 \times d_2} \Rightarrow \frac{10x^2}{20x^2}$$

$$\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{1:2} \text{ Ans}$$

Trapezium :- समलंब □

(चतुर्भुज)
* A quadrilateral having exactly one pair of parallel sides is called a Trapezium.



AB || DC

ऐसा चतुर्भुज जिसमें एक pair समांतर हो, उसे समलंब □

Qⁿ ① ^{Imp.}:- उस समलंब \square का क्षेत्र ज्ञात करो जिसकी समांतर भुजाओं की लं. 3 m. और 5 m. है। और 11 भुजाओं के बीच की न्यूनतम दूरी 6 m. है।

Find the area of a trapezium whose parallel sides of length is 3 m. and 5 m. And the shortest distance b/w its parallel sides is 6 m. ?

* समलंब \square का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ [समांतर भुजाओं का योग] \times बीच की दूरी

* Area of trapezium = $\frac{1}{2}$ [sum of parallel sides] \times distance b/w them.

$$= \frac{1}{2} [3+5] \times 6 = 8 \times 3 \Rightarrow \underline{\underline{24}} \text{ m}^2 \text{ Ans}$$

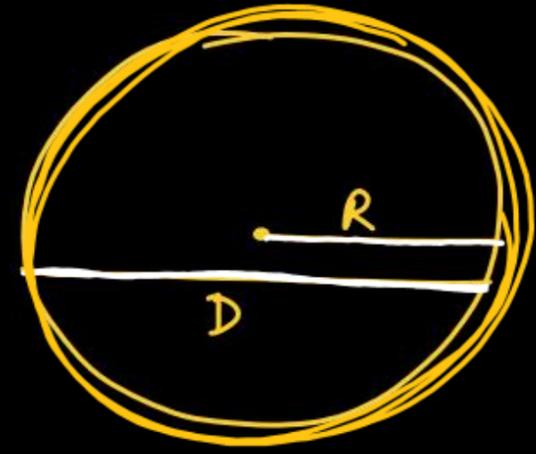
Circle :- वृत्त

* वृत्त का क्षेत्रफल
Area of circle = πR^2

* Perimeter of circle = $2\pi R$

* $360^\circ = 2\pi R$

(वृत्त का परिधि)



(R) क्रिया \Rightarrow Radius

(D) \leftarrow व्यास \rightarrow Diameter

$\pi \Rightarrow \frac{22}{7}$

Qⁿ ①:- यदि किसी वृत्त का व्यास 16 m. है। तो वृत्त का क्षेत्रफल = ?

If the diameter of circle is 16 m. find the area of circle ?

Area of circle

$$\text{वृत्त का क्षेत्र} = \pi R^2$$

$$D = 2R$$

$$8 \times 2 = 2R$$

$$\boxed{R = 8}$$

$$\Rightarrow \pi \times 8^2$$

$$\Rightarrow \boxed{64\pi} \text{ m}^2$$

OR

$$64 \times \frac{22}{7}$$

*
Qⁿ 2:- यदि एक वृत्त की परिधि और क्षेत्रफल के आंकिक मान बराबर ह^०।
तो वृत्त की त्रिज्या = ?

If circumference and area of a circle are numerically equal then
radius of circle is ?

Circumference of circle = Area of circle

वृत्त की परिधि = वृत्त का क्षेत्रफल

$$2\pi R = \pi R^2$$

$$2 = R \text{ Ans}$$

Qn:- ③ यदि किसी वृत्त का क्षेत्रफल 154 cm^2 है। तो वृत्त की परिधि = ?

if the area of circle is 154 cm^2 then find its circumference?

$$\text{Area of circle} \\ \text{वृत्त का क्षे.} = \pi R^2$$

$$154 = \pi R^2$$

$$154 = \frac{22}{7} R^2$$

$$\frac{154 \times 7}{22} = R^2$$

$$R^2 = 49$$

$$R = \sqrt{49}$$

$$\boxed{R = 7}$$

वृत्त की परिधि

$$\text{Circumference of circle} = 2\pi R$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$= \textcircled{44}$$

Qⁿ (4) - 28 cm. व्यास वाले अर्धवृत्त की परिधि = ?

find the circumference of semicircle having 28 cm. diameter ?

Semicircle
अर्धवृत्त

⇒ Circumference
(परिधि)

$$\pi R + 2R$$

$$\Rightarrow \pi \times 14 + 2 \times 14$$
$$\Rightarrow 14[\pi + 2]$$

$$14 \left[\frac{22}{7} + 2 \right]$$

$$14 \left[\frac{22 + 14}{7} \right]$$

$$2 \times 14 \times \frac{36}{7}$$

Ans
72

Given, वृत्त का व्यास
diameter of circle ⇒ 28 cm.

$$\therefore D = 2R$$

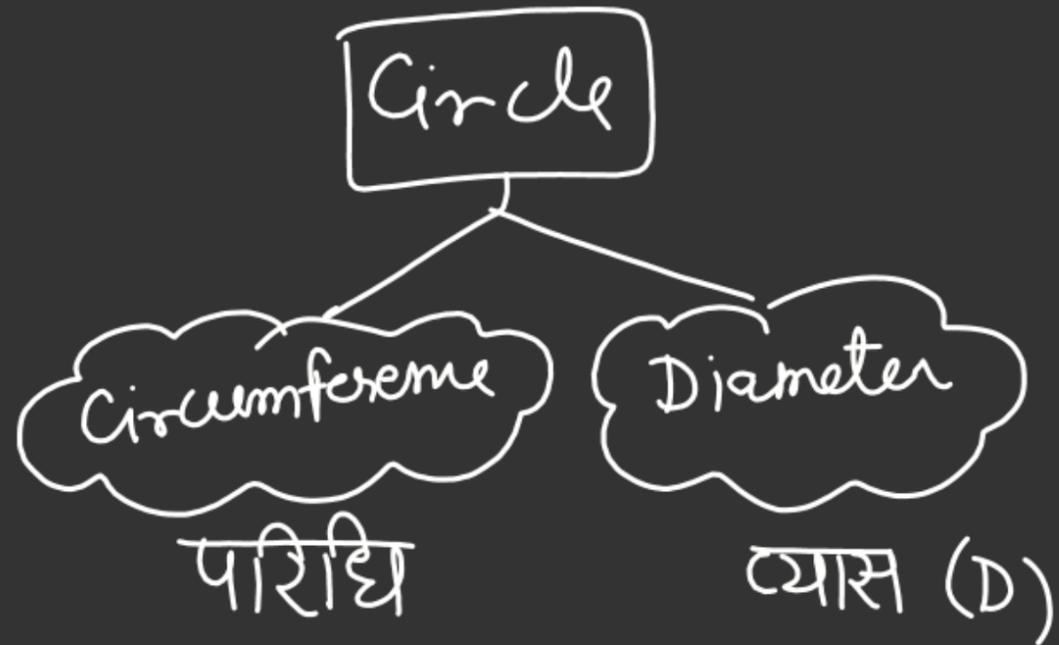
$$28 = 2R$$

$$\frac{28}{2} = R$$

$$14 = R$$

Qⁿ 5 एक वृत्त की परिधि उसके व्यास से 15 m. अधिक है।
तो वृत्त की त्रिज्या = ?

If the circumference of a circle is 15m. more than its diameter.
then find the radius of the circle?



$$\boxed{2\pi R} - \boxed{2R} = 15$$

$$2R(\pi - 1) = 15$$

$$2R \left(\frac{22}{7} - 1 \right) = 15$$

$$2R \left(\frac{22-7}{7} \right) = 15$$

$$2R \left(\frac{15}{7} \right) = 15$$

$$2R \left(\frac{1}{7} \right) = 1$$

$$2R = 7$$

$$R = \frac{7}{2}$$

$$\boxed{R = 3.5}$$

Ans //

Q6 यदि एक वृत्त का व्यास 7 cm. है तो उसका क्षेत्र = ?

If the diameter of a circle is 7 cm. then find the area ?

circle

Area

πR^2

$$\therefore D = 2R$$

$$\therefore 7 = 2R$$

$$\Downarrow$$
$$R = 7/2$$

Area of circle
वृत्त का क्षेत्र

$$= \pi R^2$$

$$= \pi \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

$$\text{Area} = \frac{77}{2} \Rightarrow \boxed{38.5} \text{ cm}^2$$

Q7 यदि एक वृत्त की परिधि 22 cm. है तो अर्धवृत्त का क्षेत्र = ?

If the circumference of a circle is 22 cm. Then find the area of Semicircle ?

NOTE

Area of Semicircle

$$\frac{\pi R^2}{2}$$

अर्धवृत्त का क्षेत्र

Given,

वृत्त की परिधि

circum. of circle

$$\Rightarrow 2\pi R = 22$$

$$\frac{2 \times 22}{1} \frac{R}{7} = 22$$

$$R = \frac{22}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$$

$$R = \frac{7}{2}$$

$$\text{Area} = \frac{\pi R^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}}{2} \Rightarrow \frac{77}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{19.25} \text{ cm}^2$$

Qⁿ ⑧ यदि एक वृत्त की त्रिज्या में x इकाई की वृद्धि की जाती है।
तो उसकी परिधि में कितने इकाई की वृद्धि होगी ?

If the radius of circle has increment of x unit then in how much unit will increase in their circumference ?

$$2\pi(R+x) - 2\pi R$$

$$2\pi(R+x-R)$$

$$\boxed{2\pi x} \text{ Ans//}$$

पहले \rightarrow वृत्त की त्रिज्या $\rightarrow R$
Radius $\rightarrow R$ \rightarrow पहले परिधि $\Rightarrow 2\pi R$
Circumference

अब $\rightarrow x$ unit incr $\rightarrow (R+x)$ \rightarrow अब परिधि $\rightarrow 2\pi R+x$

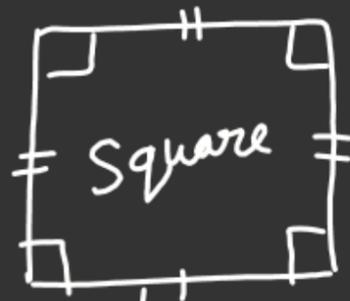
Imp:-

Q. 9 :- एक ~~वर्ग~~ का क्षेत्रफल 289 cm^2 है। तो इसके विकर्ण की लं० = ?

If Area of ~~circle~~ is 289 cm^2 then find the length of its diagonal ?
Square

Note

विकर्ण की लं० = $a\sqrt{2}$
[Length of Diagonal]



Area = (भुजा)²
क्षेत्र. (Side)²

$$289 = a^2$$

$$\sqrt[2]{289} = a$$

$$a = 17$$

length of D. = $a\sqrt{2}$
विकर्ण की लं० = $a\sqrt{2}$

Ans = $17\sqrt{2}$

Qⁿ (10) एक ~~वर्ग~~ ^{वर्ग} का क्षेत्रफल सात कीजिए, जिसका विकर्ण 12 cm का आधा है ?

find the area of a ~~circle~~ ^{Square} whose diagonal is half of 12 cm.

Diagonal of square $\Rightarrow a\sqrt{2}$

$$\boxed{\text{वर्ग का विकर्ण} \rightarrow a\sqrt{2}} = \frac{12}{2}$$

$$a\sqrt{2} = 6$$

$$a = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$a = \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{a = \frac{36\sqrt{2}}{2}}$$

$$\boxed{a = 3\sqrt{2}}$$

$$\text{Area of sq} = (\text{side})^2$$
$$= (3\sqrt{2})^2$$

$$\text{Area} = (3\sqrt{2})^2 \Rightarrow 3 \times 3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{9 \times 2}$

Ans //
18